

MODELISATION DE LA RIGIDITE DU SOL DANS LE CALCUL DE STRUCTURE, APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT D'UN PORTIQUE METALLIQUE

VAILLANT Jean-Michel¹, MROUEH Hussein¹, SHAHROUR Isam¹

¹Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), Ecole Polytechnique Universitaire de Lille (Polytech'Lille - EUDIL), Cité Scientifique, 59650 Villeneuve d'Ascq Cedex, www.univ-lille1.fr/lml, www.eudil.fr, Jean-Michel.Vaillant@eudil.fr.

RESUME : Cette communication porte sur le dimensionnement d'un portique par différentes approches prenant en compte ou non de la rigidité du sol. On présente tout d'abord les différentes méthodes de dimensionnement puis leur modélisation dans un code de calcul de structure. Puis on analyse les efforts induits dans le portique lorsqu'il est soumis à différents cas de charge ainsi que les déplacements au niveau des fondations. Enfin, on compare les résultats obtenus précédemment à ceux d'une approche globale par la méthode des éléments finis.

MOTS-CLEFS : éléments finis, fondation, interaction, portique, rigidité

ABSTRACT: This paper deals with structural analysis of a frame with different methods, which take into account or not the soil rigidity. First, we present these methods and their implementation in a structural analysis code. Then, we study frame forces and foundations displacements when the frame is subjected to different loading cases. We compare these results to global modelling of sol-foundations-frame system with finite element approach.

KEY WORDS: finite element, foundation, frame, interaction, rigidity

1. Introduction

On s'intéresse dans cette communication à l'analyse du comportement d'un portique en prenant en compte l'interaction entre les éléments sol, fondations et structure. On utilise trois familles d'approches, prenant en compte ou non la rigidité du sol support dans le dimensionnement :

- (a) L'approche classique qui consiste à dimensionner séparément la structure et les fondations. On modélise tout d'abord la structure sur des encastremements parfaits ou des liaisons de type rotules ; puis on étudie le comportement des fondations soumises aux charges transmises par la structure. On peut citer les travaux récents de Maugeri et al. (1998), Gottardi et al. (1999), Perkins et Madson (2000) et Erickson et Drescher (2002), qui traitent du comportement d'une fondation isolée soumise à un chargement complexe.
- (b) L'approche simplifiée qui permet de prendre en compte dans certains cas l'interaction du sol avec l'ouvrage par l'intermédiaire de liaisons élastiques de type Winkler. La structure est mise en place soit sur des appuis élastiques découplés, soit sur des systèmes prenant en compte les couplages entre les termes de rigidité de la fondation isolée. On peut se référer aux travaux de Wiberg (1982), Larsson et Wiberg (1987) et Lin (1992).
- (c) L'approche globale qui prend en compte les différentes interactions entre le sol et l'ouvrage. Cette approche a été utilisée par Gusmao et Guimaraes (1997), Nasri et Magnan (1997), Santos et al. (1997) et Magnan et Nasri (1998). Les auteurs ont utilisé des modèles tridimensionnels par éléments finis pour l'étude de cas spécifiques, mais n'ont pas dégagé de conclusions générales sur la prise en compte de l'interaction sol / ouvrage.

On présente dans cette communication les résultats de travaux portant sur la prise en compte (ou non) de la rigidité du sol dans le dimensionnement d'un portique sur un sol compressible. Après la présentation du cas de référence étudié, on examine différentes approches découplées ainsi que leur modélisation dans un code de calcul de structure (Robot 2000). On analyse ainsi les efforts induits dans la structure ainsi que les déplacements au niveau des fondations. Enfin, on compare les résultats obtenus à ceux d'une approche globale prenant en compte l'interaction sol / fondations / structure à l'aide d'un code de calcul par éléments finis (Plaxis 1999).

2. Méthodologie

Au regard de l'étude bibliographique, on propose d'effectuer une comparaison des modélisations suivantes (figure 1), à savoir :

- *Modèle 0a* : structure mise en place sur des encastrement parfaits.
- *Modèle 0b* : structure mise en place sur des liaisons de type rotules.
- *Modèle 1a* : structure mise en place sur des appuis élastiques découplés.
- *Modèle 1b* : structure mise en place sur des systèmes "sol / fondation isolée" en tenant compte des termes de couplages présents dans la matrice de rigidité de la fondation isolée.
- *Modèle 2* : structure mise en place sur un système "sol / fondation / fondation", ceci permettant de tenir compte de l'interaction possible entre les deux fondations.
- *Modèle 3* : modélisation globale du système à l'aide d'un code de calcul par éléments finis.

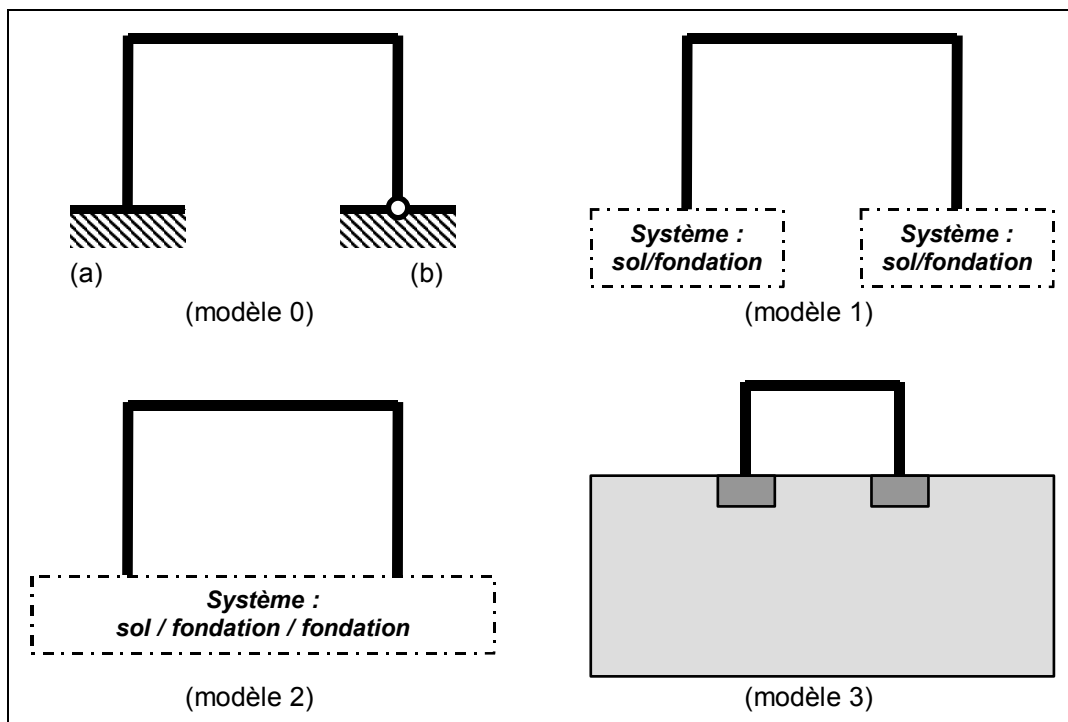


Figure 1. Présentation des différentes modélisations

Dans la première partie, on présente le cas de référence retenu ainsi que la modélisation effectuée pour les modèles 1, 2 et 3. Le modèle 0 ne nécessite aucun détail de modélisation. Puis, on compare les résultats obtenus en terme de déplacements et de réactions d'appui obtenus au niveau des fondations de la structure. Enfin, on s'intéresse au moment fléchissant obtenu dans chacun des cas.

3. Mise en œuvre des différentes approches

L'exemple traité concerne l'étude d'une structure portique fondée superficiellement sur un sol compressible (figure 2a). La structure est constituée de profilés métalliques (de type HEA 300) de 5m de travée et 3m de hauteur. Elle est reliée au sol par l'intermédiaire de fondations superficielles en béton de 1m de largeur sur 0,40m d'épaisseur. Le sol est supposé homogène et son comportement est décrit par un modèle élastique linéaire. La figure 2b présente les deux cas de charge couramment rencontrés : une charge uniformément répartie sur la poutre (q) et une force ponctuelle horizontale en tête de portique (F). Le tableau 1 donne les caractéristiques mécaniques des matériaux.

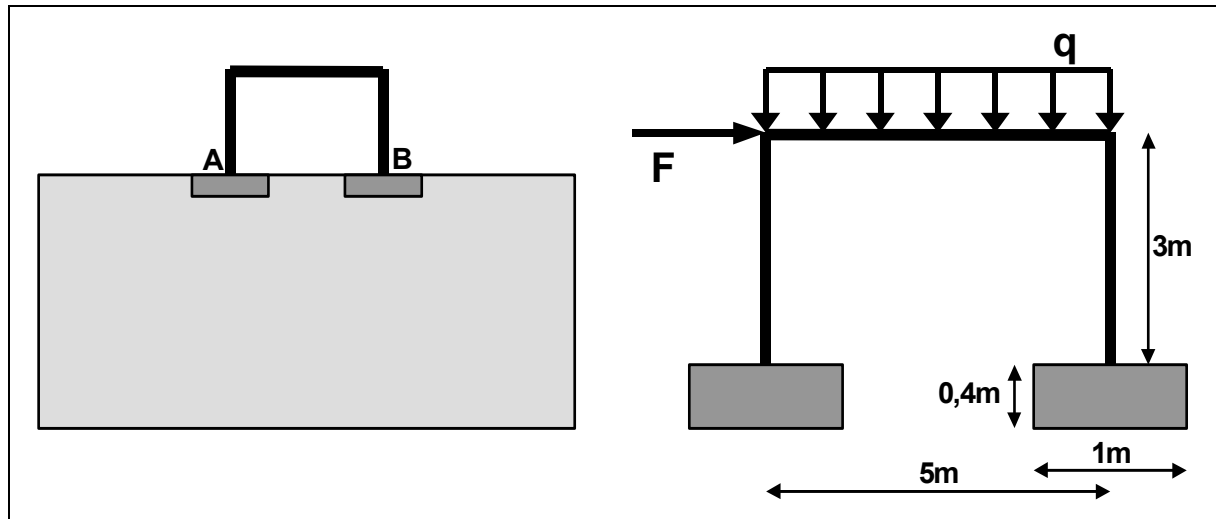


Figure 2. Représentation du cas de référence et des cas de charge

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques des matériaux

Matériaux	γ (kN/m ³)	E (MPa)	ν	EA (kN)	EI (kN.m ²)
Sol	20	20	0,3		
Fondations	25	$3 \cdot 10^4$	0,25		
Portique				2250600	36527

3.1. Modèle 1 : Portique sur des fondations isolées

Cette méthode de calcul consiste à découpler le problème en deux phases : la première porte sur l'étude d'une fondation superficielle isolée dans un massif de sol par un calcul aux éléments finis afin de construire la matrice de rigidité du système sol / fondation isolée (notée K_f). La deuxième phase permet d'analyser la structure avec les rigidités d'appuis déterminées dans la première phase.

1^{ère} phase :

On considère les mêmes caractéristiques de matériaux que l'approche globale (tableau 1). Une seule fondation est modélisée dans cette approche (figure 3). On applique à la fondation trois types de sollicitations simples indépendantes : un effort horizontal, un effort vertical et un moment afin de calculer la matrice de flexibilité du système sol / fondation isolée. Puis par inversion de cette matrice, on obtient la matrice de rigidité de ce système.

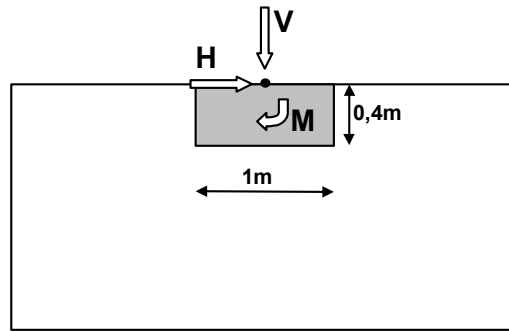


Figure 3. Fondation isolée sous sollicitations simples

La matrice de flexibilité ainsi que la matrice de rigidité du système sol / fondation isolée obtenues ont la forme suivante :

$$F_f = \begin{bmatrix} 108,62 \text{ kN}^{-1} \cdot \text{m} & 0 & -36,53 \text{ kN}^{-1} \\ 0 & 102,58 \text{ kN}^{-1} \cdot \text{m} & 0 \\ -36,53 \text{ kN}^{-1} & 0 & 103,30 \text{ kN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ telle que } \begin{pmatrix} u \\ v \\ \theta \end{pmatrix}_A = F_f \cdot \begin{pmatrix} H \\ V \\ M \end{pmatrix}_A \quad (1)$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 10449,11 \text{ kN/m} & 0 & 3695,12 \text{ kN} \\ 0 & 9748,49 \text{ kN/m} & 0 \\ 3695,12 \text{ kN} & 0 & 10987,25 \text{ kN.m} \end{bmatrix} \text{ telle que } \begin{pmatrix} H \\ V \\ M \end{pmatrix}_A = K_f \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ \theta \end{pmatrix}_A \quad (2)$$

2^{ème} phase :

On effectue ensuite un calcul de portique classique à l'aide de la méthode des déplacements. Deux approches sont envisageables, à savoir :

- Soit le portique est mis en place sur des appuis élastiques (modèle 1a).
- Soit le portique est mis en place sur des éléments poutres (modèle 1b).

Pour le premier calcul, noté modèle 1a, les appuis considérés pour modéliser la liaison sol / structure sont obtenus en simplifiant la matrice de rigidité de la première phase, avec l'hypothèse qu'il n'existe pas de couplage entre les termes 'u' et 'θ' (figure 4a). Ceci est en accord avec les conditions retrouvées dans les logiciels de calcul de structures à savoir des appuis élastiques découplés. En annulant les termes hors diagonale de la matrice de flexibilité, on obtient par inversion la matrice de rigidité suivante :

$$K_{f(1a)} = \begin{bmatrix} H/u & 0 & 0 \\ 0 & V/v & 0 \\ 0 & 0 & M/\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9206,41 \text{ kN/m} & 0 & 0 \\ 0 & 9748,49 \text{ kN/m} & 0 \\ 0 & 0 & 9680,54 \text{ kN.m} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Pour le second calcul, noté modèle 1b, on modélise la matrice de rigidité de la fondation précédemment calculée par un élément poutre vertical encasté en pied et libre en tête afin de pouvoir tenir compte des termes de couplage. Il est nécessaire de "corriger" cet élément poutre avec un ressort horizontal, représenté dans la matrice par sa rigidité k_x , afin de pouvoir résoudre le système (figure 4b). La matrice de ce système est la suivante :

$$K_{f(1b)} = \begin{bmatrix} 12EI/l^3 + k_x & 0 & 6EI/l^2 \\ 0 & EA/l & 0 \\ 6EI/l^2 & 0 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (4)$$

On obtient les caractéristiques suivantes pour la poutre et le ressort :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{élément poutre vertical : } \left\{ \begin{array}{l} l = 4,46\text{m} \\ EA = 43479,95\text{kN} \\ EI = 12251,26\text{kN.m}^2 \end{array} \right. \\ \text{ressort horizontal : } k_x = 8792,17\text{kN/m} \end{array} \right. \quad (5)$$

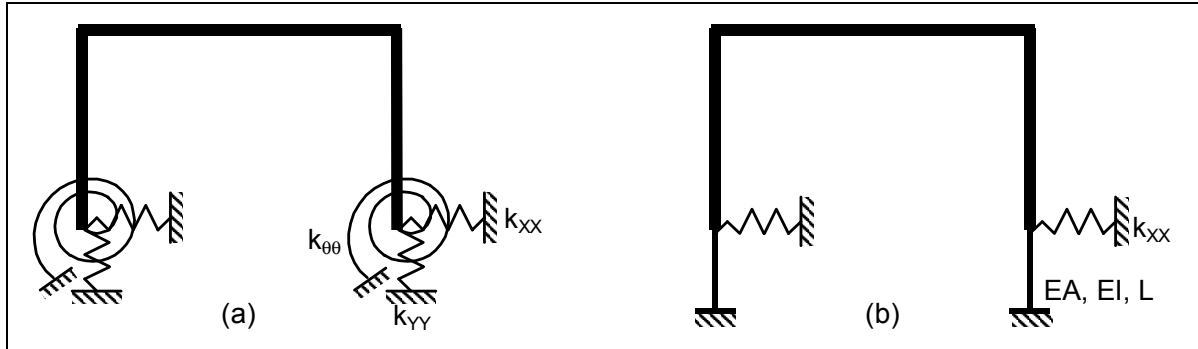


Figure 4. Portique mis en place sur les systèmes fondations isolées

3.2. Niveau 2 : Portique sur un système de deux fondations couplées

On propose dans cette modélisation de prendre en compte l'interaction entre les deux fondations du système. Ceci amène à la présentation d'une nouvelle approche découplée : on analyse dans un premier temps le comportement de deux fondations mises en place dans le massif de sol, afin d'obtenir l'expression de la matrice de rigidité du système sol / fondation / fondation (notée K_{ff}). Ensuite, on réalise un calcul de structure classique pour le portique en modifiant la matrice de rigidité globale de la structure afin de tenir compte des termes de K_{ff} à l'aide d'un programme de calcul spécifique.

Nous reprenons le même cas d'étude que précédemment en l'absence de portique, à savoir un système de deux fondations dans le massif de sol (figure 5). La distance entre les centres des deux fondations est de 5m. Une des fondations est soumise à des chargements simples mais on extrait les déplacements au niveau des deux fondations. Le point A représente le centre de la fondation de gauche et le point B celui de la fondation de droite.

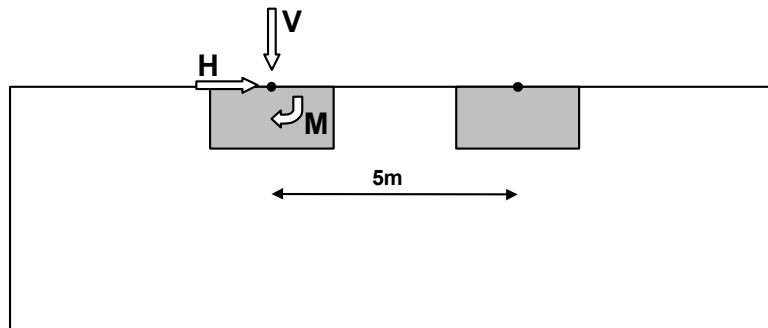


Figure 5. Système de deux fondations sous sollicitations simples

L'expression de la matrice de flexibilité du système sol / fondation / fondation est donnée ci-dessous. On obtient aisément l'expression de la matrice de rigidité K_{ff} en inversant cette matrice :

$$F_{ff} = \begin{bmatrix} 112,00 & 0 & -36,10 & 45,70 & -9,25 & 0 \\ 0 & 103,00 & 0 & 9,25 & 31,50 & -5,55 \\ -36,10 & 0 & 100,65 & 0 & 5,55 & 0 \\ 45,70 & 9,25 & 0 & 112,00 & 0 & -36,10 \\ -9,25 & 31,50 & 5,55 & 0 & 103,00 & 0 \\ 0 & -5,55 & 0 & -36,10 & 0 & 100,65 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ telle que } \begin{pmatrix} u \\ v \\ \theta \end{pmatrix}_A = F_{ff} \cdot \begin{pmatrix} H \\ V \\ M \end{pmatrix}_A \quad (6)$$

Si on décompose la matrice F_{ff} de la manière suivante :

$$F_{ff} = \begin{bmatrix} M1 & M2 \\ M3 & M4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

On retrouve l'expression de la matrice de flexibilité de la fondation isolée pour les matrices (3x3) M1 et M4. Les différences trouvées peuvent être dues à la présence de la seconde fondation. Par contre, on obtient des termes de couplage non négligeables représentés par les matrices (3x3) M2 et M3. On notera que cette matrice d'interaction sol / fondation / fondation est symétrique et que seuls quelques termes sont nuls.

Pour illustrer ce couplage entre fondations, on peut prendre pour exemple la seconde colonne de la matrice F_{ff} . Lorsque l'on applique un chargement vertical sur une des fondations, on observe uniquement un tassement de cette fondation. Par contre, la fondation non chargée subit également des déplacements : principalement un tassement, mais aussi un déplacement horizontal vers la fondation de gauche ainsi qu'une légère rotation. Pour visualiser ceci, on peut considérer que la fondation non chargée se situe dans la "cuvette" de tassement de la fondation chargée (figure 6).

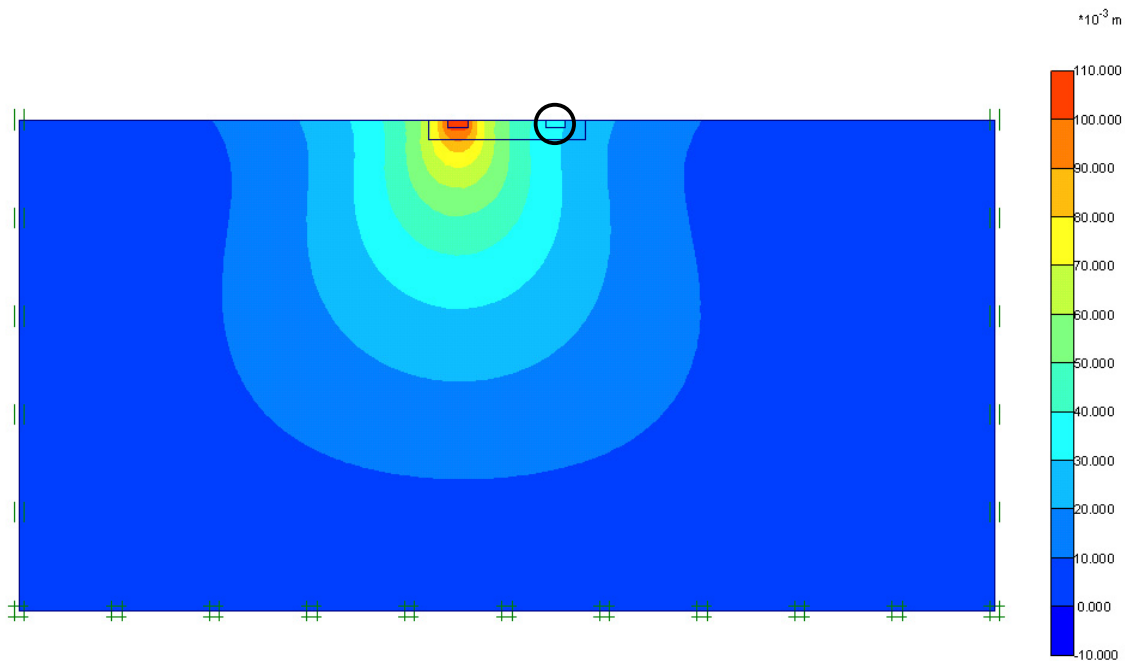


Figure 6. Isovaleurs du déplacement total lors du chargement vertical d'une seule fondation

3.3. Niveau 3 : Approche globale du système sol – fondations – portique

On réalise maintenant une modélisation par éléments finis du cas de référence. Le portique est mis en place sur un massif de sol de 50m de largeur sur 25m de profondeur. Le problème est modélisé en déformations planes. Le maillage retenu (figure 7) comprend 486 éléments triangulaires à 15

nœuds (T15) pour un total de 4037 nœuds. Des éléments poutres à 5 nœuds sont utilisés pour le portique.

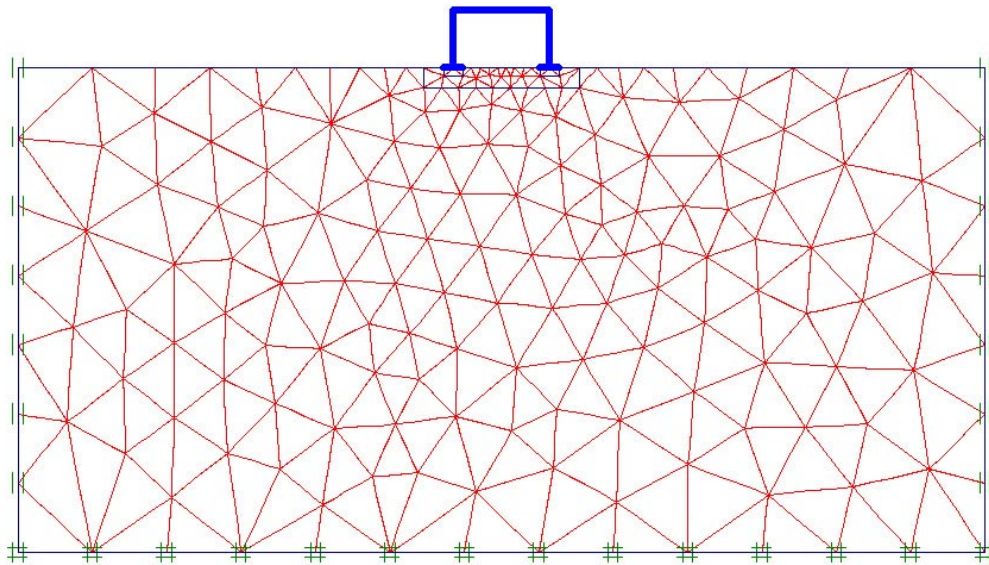


Figure 7. Maillage du cas de référence

4. Synthèse des résultats

On s'intéresse tout d'abord aux déplacements puis aux réactions d'appuis obtenus au niveau de la fondation de gauche (point A). Enfin, on compare les diagrammes de moment fléchissant obtenus.

4.1. Déplacements

On présente dans le tableau 2 les déplacements u^* , v^* et θ^* représentant les déplacements u , v et θ normés par $(q.L)$ dans le premier cas de charge et par (F) dans le second.

Tableau 2. Déplacements et rotations normés obtenus au point A

Cas de charge	(q)			(F)		
	u^* (10^{-6} m/kN)	v^* (10^{-6} m/kN)	θ^* (10^{-6} rad/kN)	u^* (10^{-6} m/kN)	v^* (10^{-6} m/kN)	θ^* (10^{-6} rad/kN)
Modèle 0a	0	0	0	0	0	0
Modèle 0b	0	0	4,03	0	0	-96,35
Modèle 1a	-9,66	-51,29	0,29	54,42	39,51	-55,61
Modèle 1b	-8,39	-51,29	1,28	71,09	42,85	-65,48
Modèle 2	-2,74	-66,21	2,57	98,78	37,35	-64,90
Modèle 3	-2,54	-66,28	2,50	98,35	37,10	-64,31

Dans le premier cas de charge, on obtient un tassement de la fondation prépondérant sur les autres déplacements. Les modèles 1a et 1b (calculs sur fondations isolées) donnent le même tassement car la rigidité verticale est identique dans les deux modélisations. Les deux dernières méthodes (modèles 2 et 3) donnent une valeur semblable du tassement et cette valeur est la plus importante

car elle tient compte du couplage entre les fondations (v^*_2 et v^*_3 supérieurs de 30% à v^*_{1a} et v^*_{1b}). Par contre, ils donnent une valeur moins importante du déplacement horizontal (u^*_2 et u^*_3 inférieurs de 70% à u^*_{1a} et u^*_{1b}).

Dans le second cas de charge, le déplacement horizontal est prépondérant mais les autres déplacements ne sont pas négligeables. Là aussi les deux dernières méthodes (modèles 2 et 3) donnent un résultat semblable et la plus grande valeur de u^* (supérieure de 80 et 40% par rapport à u^*_{1a} et u^*_{1b}), expliquée par le couplage entre les fondations. Les rotations restent quant à elles inférieures de 30 à 40% à celle obtenue pour le modèle 0b (calcul sur rotules).

4.2. Réactions aux appuis

On présente dans le tableau 3 les réactions d'appui R_H^* , R_V^* et M_F^* représentant les réactions normées par $(q.L)$ dans le premier cas de charge et par (F) dans le second. Le moment fléchissant est normé respectivement par $(q.L^2/8)$ et $(F.H)$.

Tableau 3. Réactions aux appuis normées obtenues au point A

Cas de charge	(q)			(F)		
	R_H^*	R_V^*	M_F^*	R_H^*	R_V^*	M_F^*
Modèle 0a	0,159	0,500	-0,252	-0,504	-0,234	0,307
Modèle 0b	0,099	0,500	0	-0,501	-0,600	0
Modèle 1a	0,089	0,500	-0,004	-0,501	-0,385	0,179
Modèle 1b	0,083	0,500	0,027	-0,501	-0,418	0,152
Modèle 2	0,102	0,500	-0,026	-0,501	-0,424	0,147
Modèle 3	0,102	0,500	-0,025	-0,501	-0,425	0,146

Dans le premier cas de charge, la réaction verticale est identique pour chaque calcul et la réaction horizontale obtenue est comprise entre $0,083(q.L)$ pour le modèle 1b et $0,159(q.L)$ pour le modèle 0a, soit des valeurs allant du simple au double. Les résultats identiques des modèles 2 et 3 donnent un résultat similaire au modèle 0b (calcul sur rotules).

Dans le second cas de charge, la réaction horizontale est identique pour chaque calcul et la réaction verticale est comprise entre $0,234(F)$ pour le modèle 0a (calcul encastré) et $0,600(F)$ pour le modèle 0b (calcul sur rotules). Les résultats obtenus pour les calculs tenant compte de la rigidité du sol sont compris entre ces deux valeurs. Les résultats des modèles 2 et 3 sont également similaires et assez proches de ceux du modèle 1b (calcul sur fondations isolées) avec moins de 5% d'écart.

4.3. Moment fléchissant

Les diagrammes de moment fléchissant obtenus sont présentés aux figures 8 et 9.

Dans le premier cas de charge, la valeur maximale du moment est obtenue en milieu de travée dans tous les cas sauf pour le modèle 0a où elle est obtenue sur appui. En tête de poteau, on obtient des valeurs comprises entre $0,422(qL^2/8)$ (modèle 1a) et $0,511(qL^2/8)$ (modèle 0a). Par contre, on obtient une valeur importante du moment en pied pour le modèle 0a (calcul encastré) de $0,252(qL^2/8)$ alors que pour les autres cas, la valeur obtenue reste très faible (moins de 10%).

Dans le second cas de charge, le moment maximal est obtenu en tête de poteau dans tous les cas sauf pour le modèle 0a. Le moment fléchissant obtenu en tête est compris entre $0,196(FH)$

(modèle 0a) et de $0,501(FH)$ (modèle 0b), les résultats obtenus pour les calculs tenant compte de la rigidité du sol sont compris entre ces deux valeurs. On remarquera une translation d'environ $0,5(F.H)$ du moment entre le pied et la tête de poteau.

On constate enfin un parfait accord entre les résultats du modèle 3 (approche globale) et ceux du modèle 2 (calcul sur système sol / fondation / fondation) et un bon accord avec le modèle 1b (calcul sur fondations isolées) pour le second cas de charge.

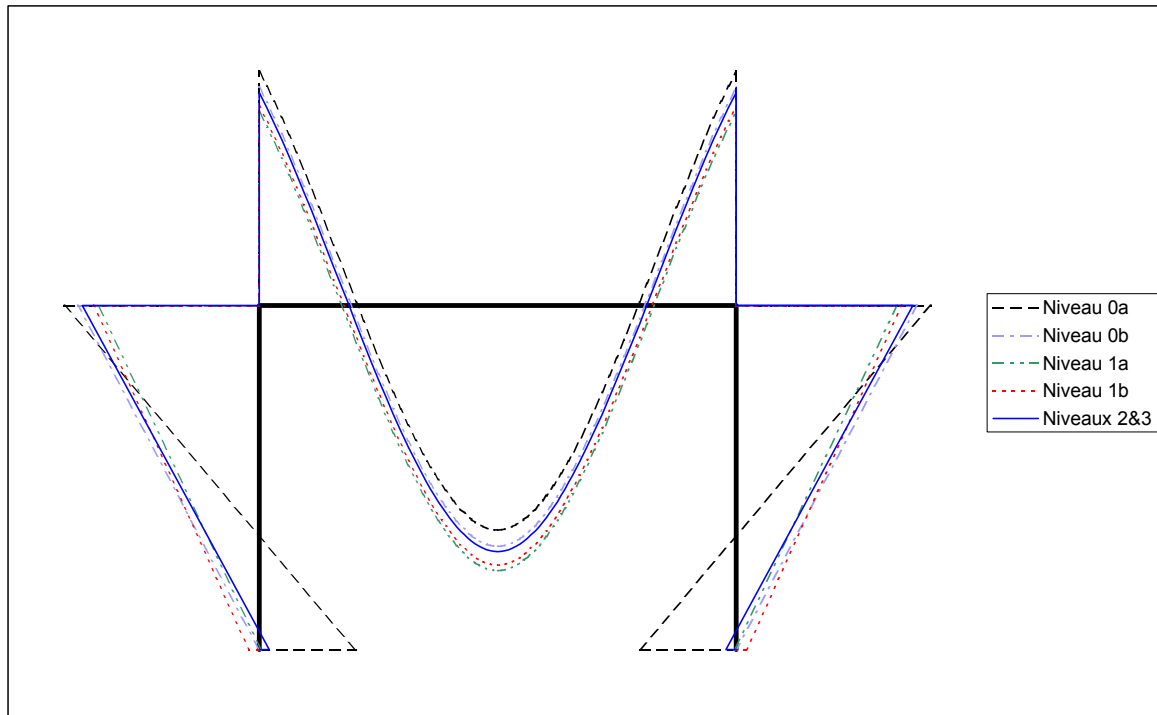


Figure 8. Moment fléchissant normé dans le portique pour le premier cas de charge (q)

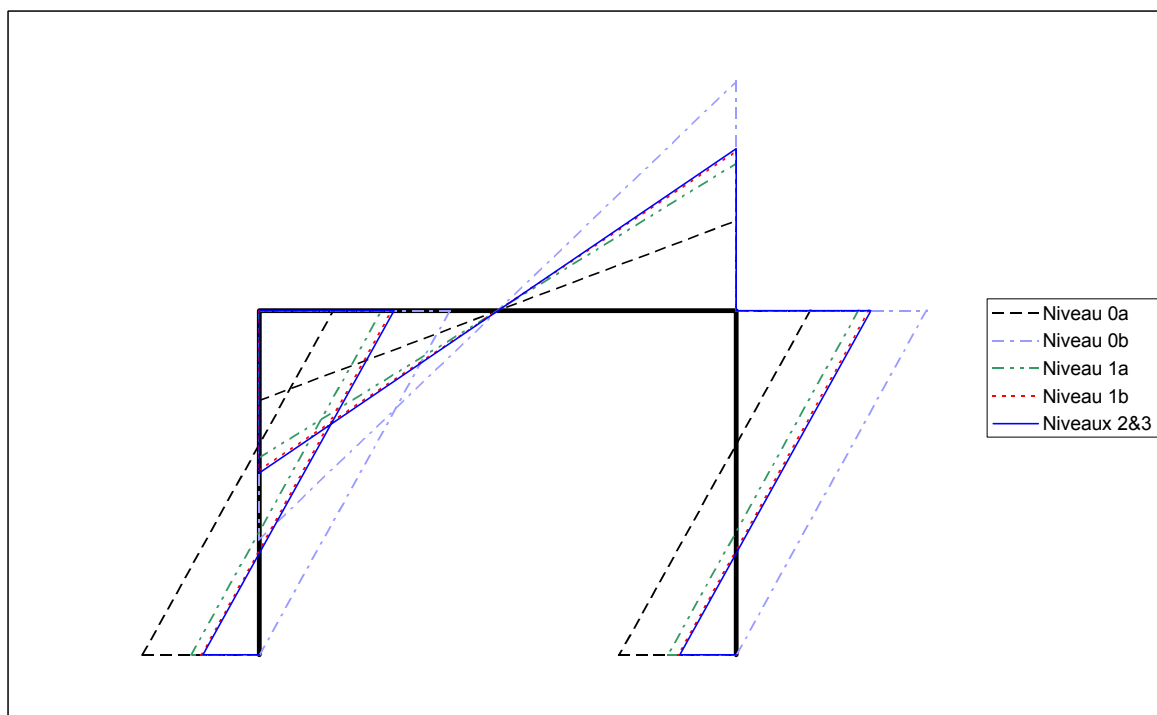


Figure 9. Moment fléchissant normé dans le portique pour le second cas de charge (F)

5. Conclusion

Cette communication a comporté une analyse du comportement d'un portique en prenant en compte l'interaction sol / fondations / structure. Différentes approches ont été utilisées et comparées avec l'approche globale. Les résultats de simulations montrent la nécessité de la prise en compte de l'interaction entre fondations adjacentes. Cette interaction peut être déterminée par des simulations numériques ou éventuellement par l'élaboration d'abaques.

Ce travail a été réalisé à l'aide de calculs linéaires et bidimensionnels. Il se poursuit pour une généralisation tridimensionnelle en prenant en compte le comportement élasto-plastique des matériaux.

6. Références bibliographiques

- Erickson et Drescher (2002) *Bearing capacity of circular footings*. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering Vol. 128, N°1, Jan. 2002, pp. 38-43.
- Gottardi, Houlsby et Butterfield (1999) *Plastic response of circular footings on sand under general planar loading*. Géotechnique Vol. 49, N°4, 1999, pp. 453-469.
- Gusmao et Guimaraes (1997) *Limit stiffness in soil structure interaction of buildings*. XIVth International Conference on Soil Mechanics & Foundation Engineering, Hamburg, 1997.
- Larsson et Wiberg (1987) *Stability of elastic plane frames including soil-structure interaction*. Computers & Structures Vol. 29, N°5, 1988, pp. 845-855.
- Lin (1992) *Stability of frames with grade beam and soil interaction*. Journal of Engineering Mechanics Vol. 118, N°1, Jan. 1992, pp. 125-139.
- Magnan et Nasri (1998) *Calculs tridimensionnels d'interaction entre bâtiments et sols de fondation*. Pratique des Calculs Tridimensionnels en Géotechnique, Journées d'Etudes, Paris, Nov. 1998, ENPC.
- Maugeri, Castelli, Massimino et Verona (1998) *Observed and computed settlements of two shallow foundations on sand*. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering Vol. 124, N°7, July 1998, pp. 595-605.
- Nasri et Magnan (1997) *Analyse tridimensionnelle d'une structure portique-radier sur un sol non linéaire*. Revue Française de Génie Civil Vol. 1, N°2, 1997, pp. 327-343.
- Perkins et Madson (2000) *Bearing capacity of shallow foundations on sand: a relative density approach*. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering Vol. 126, N°6, June 2000, pp. 521-530.
- Plaxis (1999) *Finite element code for soil and rock analyses*. Version 7, Manuel de Référence, rédacteurs : Brinkgreve & Vermeer, ISBN 90 5410 474 0.
- Robot (2000) *Robot 97 / Millenium, Structural analysis and design software*. Version 13.0, Manuel d'utilisation : structures.
- Santos, Cuéllar, Martinez et Salinas (1997) *Ground-structure interaction of the tower of Comarès*. XIVth International Conference on Soil Mechanics & Foundation Engineering, Hamburg, 1997.
- Wiberg (1982) *Soil-structure interaction in plane frame stability analysis*. IVth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton (Canada), 1982, pp. 781-786.